

## Rezumat în limba Română

Deoarece este foarte probabil ca  $P \neq NP$ , sunt șanse minime să găsim algoritmi polinomiali pentru multe probleme importante. Totuși, algoritmi suboptimali (care au timp de rulare polinomial) sunt de cele mai multe ori suficienți în practică. Cercetarea în domeniul algoritmilor de aproximare are două ramuri principale: dezvoltarea de noi algoritmi de aproximare și demonstrarea inaproximabilității unor anumite probleme. Ambele direcții sunt interesante în egală măsură: prima direcție ne permite să găsim soluții pentru probleme NP-hard, în timp ce a doua ne oferă o înțelegere mai profundă a limitelor algoritmilor de aproximare. În această teză, ne vom concentra pe câteva probleme NP-hard cu aplicații în domenii multiple precum bioinformatică, DNA computing, proiectarea rețelelor și procesarea de șiruri. Pentru aceste probleme vom prezenta algoritmi de aproximare și demonstrații de inaproximabilitate.

La început, vom prezenta trei probleme înrudite cu aplicații în genomică. Problemele fac parte dintr-un grup denumit *colorful components*. În acest grup de probleme, inputul constă într-un graf neorientat în care fiecărui nod îi este asociată o culoare. Scopul este să eliminăm muchii din graf astfel încât să optimizăm o anumită funcție. În acest capitol, vom arăta un algoritm exact care rulează în timp polinomial pentru o problemă numită *minimum singleton vertices*, care are ca scop minimizarea numărului de noduri izolate din graf. Rezultatul este extrem de surprinzător, deoarece problema a fost conjecturată NP-hard [Sankoff, 2011]. De asemenea, prezentăm și algoritmi de aproximare și rezultate de inaproximabilitate pentru alte două probleme din același grup.

Apoi, ne vom concentra pe problema *min-sum k-paths orientation*, care are ca input un graf neorientat și două perechi de noduri sursă/destinație. Scopul problemei este de a găsi o orientare a grafului astfel încât suma distanțelor dintre cele două perechi de noduri să fie minimă. Vom prezenta un PTAS pentru această problemă. Rezultatul nostru a facilitat obținerea unui algoritm polinomial exact [Björklund, Husfeldt, 2014], stabilindu-se astfel complexitatea problemei (deschisă din 1989).

În următorul capitol, vom prezenta o problemă legată de DNA assembly. Problema *pattern self-assembly tile set synthesis (PATS)* are ca scop determinarea unui set de tileuri colorate care să se poată asambla singure într-o imagine bidimensională dată. Ma și Lombardi (2009) au introdus problema și au studiat-o din punct de vedere combinatorial, încercând să găsească algoritmi care să minimizeze numărul de tileuri distincte necesare. În particular, au afirmat că PATS este o problemă NP-hard. Demonstrația lor s-a dovedit a fi eronată. Rezultatul nostru principal este o demonstrație corectă NP-hard, obținută printr-o reducere de la 3SAT.

Apoi, vom studia trei probleme cu aplicații în alimentarea cu energie. În prima problemă, denumită *graph partitioning with supply and demand*, inputul constă într-un graf neorientat  $G$  în care nodurile sunt partiționate în două seturi: furnizori și consumatori. Fiecare nod furnizor are asociată o capacitate și fiecare consumator are asociat un consum. Scopul este găsirea unui subgraf al grafului  $G$  și partiționarea acestui subgraf în mai mulți arbori astfel încât în fiecare arbore să fie exact un furnizor și consumul total să nu depășească capacitatea furnizorului. Mai mult, încercăm să maximizăm cererea tuturor consumatorilor într-o asemenea partiție. Inputul celei de-a

doua probleme, numită *graph redirectioning with supply and demand*, este un graf orientat cu furnizori și consumatori. Fiecare muchie are un cost de reorientare. Scopul este reorientarea și ștergerea unor muchii (costul de ștergere este zero) astfel încât graful este partiționat ca în problema anterioară și toți consumatorii sunt alimentați cu energie. Cea de-a treia problemă, numită *energy delivery problem*, este o generalizare a problemei *graph partitioning with supply and demand*. În această problemă, un furnizor poate trimite energie către un consumator  $y$  printr-un consumator  $x$ , chiar dacă  $x$  nu e alimentat de furnizor.

În final, vom prezenta câteva probleme din combinatorică. Matematicienii sunt deseori interesați să afle dacă obiecte cu anumite proprietăți există sau doresc să determine numărul de structuri neisomorfe care satisfac anumite proprietăți. Vom considera următoarele probleme: numărarea *Mendelsohn triple systems* neisomorfe de ordin 13, numărarea claselor de isomorfism ale *5-dimensional cube tilings*, determinarea numărului de clase de isomorfism ale STS(21) care admit cel puțin un sub-STS(9) și capacitatea Shannon a grafurilor triunghiulare.